*Мы уйдем, а уравнения будут жить вечно!*

*Свой урок, я посвящаю моему коллеге,*

*учителю и другу Павлу Ивановичу Григорьеву*

**Тема открытого урока: "Решение тригонометрических уравнений"**

**Цель и задачи урока:**

1. повторить основные формулы и методы решения тригонометрических уравнений;
2. закрепить умения и навыки решения тригонометрических уравнений общими и специальными методами;
3. познакомить кадет с новым методом решения уравнений.

**Ход урока:**

1. Организационный момент.

Сообщить тему урока, сформулировать его цели.

1. Проверка домашнего задания.

4 ученика на доске записывают решения домашних уравнений. Остальные работают устно.

Графопроектор высвечивает на экран тригонометрические простейшие уравнения, кадеты отвечают на вопросы:

- используем при решении уравнений частные или общие формулы?

- что необходимо помнить при решении таких уравнений?

- sin² x = 1; cos² x = ; tg x = 5; ctg x = .

3. Основная часть урока.

Решение простейших уравнений мы вспомнили, проверили решение домашнего задания, можно приступить к решению более сложных тригонометрических уравнений, которые нам понадобятся при сдаче ЕГЭ-2024.

Начнем с общих методов:

1. **Разложение на множители (часто используется при подготовке к ЕГЭ)**

Пример № 1

2 sin 2x + sin x = 0

*Решение:* 4 sin x cos x + sin x = 0

sin x ( 4 cos x + 1 ) = 0

sin x = 0 или 4 cos x + 1 = 0

x = n, n ∈ Z cos x = -

x = ± arccos ( - ) + 2m, m ∈ Z

x = ± ( – arccos ) + 2 m, m ∈ Z

*Ответ:* n, n ∈ Z; ± ( – arccos ) + 2 m, m ∈ Z

Пример № 2

sin 7x + sin 3x = 2 cos 2x

*Решение:* 2 sin \* cos – 2 cos 2x = 0

2 sin 5x cos 2x – 2 cos 2x = 0

2 cos 2x ( sin 5x – 1 ) = 0

2 cos 2x = 0 или sin 5x – 1 = 0

cos 2x = 0 sin 5x = 1

2x = + , n ∈ Z \* 5x = + 2, m ∈ Z \*

x = + , n ∈ Z x = + , m ∈ Z

*Ответ:* + , n ∈ Z ; + , m ∈ Z

1. **Метод введения новой переменной (решение тригонометрических уравнений, приводящихся к квадратным)**

Пример № 3

sin² x + sin x – 2 = 0

*Решение:*

Пусть sin x = t, Ι t Ι ≤ 1, имеем:

t² + t – 2 = 0, т.к. a + b + c = 0, то

t₁= 1, t₂= , значит t₁= 1, t₂= -2

Вернемся к замене:

sin x = 1 или sin x = -2 – решений нет, т.к. Ι -2 Ι = 2 > 1

x = + 2 , n ∈ Z

*Ответ:*  + 2 , n ∈ Z

Пример № 4

8 sin² x + 6 cos x – 6 = 0

*Решение:* 8 ( 1 - cos² x ) + 6 cos x – 6 = 0

1. – 8 cos² x + 6 cos x – 6 = 0

* 8 cos² x + 6 cos x + 2 = 0

Пусть cos x = t, Ι t Ι ≤ 1, имеем:

-8t² + 6t + 2 = 0, т.к. - 8 + 6 + 2 = 0, то

t = 1, t₂= = - = -

cos x = 1 или cos x = -

x = 2 , n ∈ Z , x = ± arccos ( - ) + 2, m ∈ Z

x = ± ( – arccos ) + 2, m ∈ Z

Пример № 5

2 tg x - ctg x = 1

т.к. ctg x = , то левая часть имеет смысл если tg x ≠ 0, ctg x ≠ 0

2 tg x - – 1 = 0

Пусть tg x = t, тогда имеем:

2t - – 1 = 0

= 0, t ≥ 0

2 t² - t – 1 = 0

t₁= 1; t₂= -

Вернемся к замене:

tg x = 1 или tg x = -

x = + , n ∈ Z x = arctg ( - ) + , k ∈ Z

x = - arctg + , k ∈ Z

*Ответ:* x = + , n ∈ Z; x = - arctg + , k ∈ Z

3.Рассмотрим примеры решения **однородных тригонометрических уравнений Ⅰ и Ⅱ степени.**

Уравнение вида, a **sin kx + b cos kx = 0** (a ≠ 0, b ≠ 0) **однородное уравнение Ⅰ степени.** Оно решается делением обеих частей на **cos kx.** При этом потери корней нет, т.к. если cos kx = 0, то аsin kx=0, значит sin kx=0, ибо а≠ 0.Тогда a sin² kx + b cos² kx = 0, что не возможно (по основному тригонометрическому тождеству a sin² kx + b cos² kx = 1) значит cos kx ≠ 0.В результате получим уравнение а tg x + в = 0. Далее решаем его.

Уравнение вида **a sin**² **kx + в sin kx \*cos kx +с cos**² **kx = 0** **однородное уравнение Ⅱ степени** относительно sin kx b и cos kx. Разделим обе части нашего уравнения на  **cos² kx ≠ 0 ,** то есть перейдем к решению уравнения относительно tg x, и введению новой переменной.

Рассмотрим следующий пример №6 **2sin 3x - 5 cos 3x = 0** / **cos**  **3x ≠ 0,**

**2** tg3 x - 5 = 0

tg 3 x = 5/2

3х= arctg + , k ∈ Z

х= 1/3 arctg + , k ∈ Z.

Ответ: 1/3 arctg + , k ∈ Z.

Пример №7. **2 sin**² **x + 3 sin x \*cos x -2 cos**² **x = 0** / **cos²** **x ≠ 0,**

Получим 2 tg² x +3 tg x -2 = 0, пусть tg x = t, имеем 2 t² + 3t -2=0, воспользуемся вспомогательными уравнением перекинем 2 и умножим на -2.

Имеем а² +3а -4=0, а1=1, а2=-4, значит корни нашего уравнения t₁= -2; t₂=

Вернемся к замене tg x = tg x = -2

х1= arctg + , k ∈ Z, х2= -arctg + m, m ∈ Z.

Ответ: arctg + , k ∈ Z, -arctg + m, m ∈ Z.

Хочу показать еще одно уравнение. Это жесть!

**Пример №8 3sin x +4 cos x = 5,** это не однородное уравнение первой степени!!! Предлагаю следующее решение: для этого вспомним формулы двойного аргумента и основное тригонометрическое тождество.

**sin 2x = 2sin x \* cos x,**

**cos 2x = cos**² **x - sin**² **x,**

**sin² x + cos² x = 1 , заменим аргумент х на , имеем**

**sin x = 2sin**   **\* cos**  **,**

**cos x = cos**² **- sin**² **,**

**sin² + cos² = 1, вместо sin x, cos x и 1 запишем:**

**3\*2sin**   **\* cos**   **+4 (cos**² **- sin**² **) =5\*( sin² x + cos² x),** раскроем скобки, приведем подобные, получим однородное уравнение Ⅱ степени и смело делим на **cos²**   **≠ 0** , и решаем уравнение :

9 tg²  -6 tg  +1 = 0, пусть tg  = t, имеем

9 t² - 6 t + 1=0, решим при помощи вспомогательного уравнения,

а² - 6 а + 9=0, т.к левая часть квадрат разности, а1=а2=3, значит корни исходного уравнения t₁= t₂ == .Вернемся к замене

tg  =,

=arctg + k ∈ Z !\*2

х  = 2 arctg + k ∈ Z.

Ответ: 2 arctg + k ∈ Z.

4.Итог урока:

Итак, мы повторили основные методы решения тригонометрических уравнений. Дома необходимо решить следующие уравнения, разделяя их по методам решения:

**1).** 5 **cos**² **x + 6 sin**  **x -6=0,**

**2).** 2 tg² x +3 tg x -5 = 0,

**3). 4 sin**² **x -1=0,**

**4). cos**² **x + sin**  **x\* cos x=0,**

**5). sin 2x + sin**² **x=** 4 **cos**² **x.**

Ну что, дорогие мои кадеты, где вы себя ощущали; на гребне волны синусоиды или во впадине? Усвоили ли вы для себя что-то новое, или ничего не прибавили к своему образованию? Желаю успешной домашней работы и подготовки к ЕГЭ.

Учитель математики ГКОУКШИ «Тимашевского казачьего кадетского корпуса»

Моисеева Тамара Викторовна

13.04.2023